

# 東邦大学学術リポジトリ

Toho University Academic Repository

タイトル	Asymptotic behavior of the resolvents on complete geodesic spaces
別タイトル	完備測地空間のリゾルベントの漸近的挙動
作成者（著者）	新藤, 圭介
公開者	東邦大学
発行日	2023.03.14
掲載情報	東邦大学大学院理学研究科 博士論文 内容の要旨及び審査結果の要旨.
資料種別	学位論文
内容記述	主査: 豊田昌史
著者版フラグ	none
報告番号	32661甲第1077号
学位記番号	甲第170号
学位授与年月日	2023.03.14
学位授与機関	東邦大学
メタデータのURL	<a href="https://mylibrary.toho u.ac.jp/webopac/TD28212229">https://mylibrary.toho u.ac.jp/webopac/TD28212229</a>

論文審査の要旨及び審査結果の要旨

2020 年入学	研究分野 非線形解析学	氏名 新藤圭介
審査委員	(主査) 豊田昌史 (副査) 白柳潔 (副査) 並木誠 (副査) 安富真一 (副査) 木村泰紀	
(論文題目) Asymptotic behavior of the resolvents on complete geodesic spaces		
(論文審査の要旨及び審査結果の要旨) 凸最小化問題や均衡問題に代表される、凸解析学が研究対象とする非線形問題の解析においては、リゾルベント作用素という非線形作用素が重要な役割を持つ。リゾルベント作用素は、作用素の不動点集合が問題の解集合と一致するという性質を持ち、この性質を利用することによって写像の不動点近似の理論を問題の解近似に応用することが可能となる。 リゾルベント作用素は正の実数をパラメタとする作用素である。このパラメタが無限大に発散させた場合や零に収束させた場合の作用素の振る舞いは、リゾルベント作用素の漸近的挙動と呼ばれ、パラメタに依存した作用素の基本性質として重要な研究対象である。本論文では測地距離空間上で定義された凸最小化問題、均衡問題、単調作用素に対するリゾルベント作用素の漸近的挙動に焦点を当て、様々なセッティングのもとで研究がなされた。 測地距離空間とは、任意の2点間に最短経路が定義されるような距離空間であり、種々の関数空間はもちろん、曲面や多様体のようなもの、さらには無限次元のものまでも含む一般的な概念である。測地距離空間は、空間そのものの性質として定義される曲率上限の値によって分類され、とくに曲率上限の符号が重要な意味をもつ。実際の研究対象としては曲率上限が0である、いわゆるCAT(0)空間や、曲率上限が1のCAT(1)空間等が選ばれることが多く、本論文でもこれらの空間のもとでの様々な考察が行われた。 本論文で論じている第一の結果は、完備CAT(0)空間および完備CAT(1)空間上で定義された凸関数に対するリゾルベント作用素の漸近的挙動の解明である。単にパラメタを変化させるだけでなく、何らかの意味で収束する凸関数の列を導入することで、閉凸集合列とそれに対応する距離射影列の収束の関係に関する定理も含むより一般的な定理を示すことに成功した。さらに、複数の形が提案されているCAT(1)空間上のリゾルベント作用素に対して、それらをまと		

めて扱えるように一般化した摂動関数を導入し、定理の証明を得た。これらの結果は既存の多くの定理を含んでいるだけでなく、証明手法や必要な仮定の整理という意味でも大きな貢献がある結果と言える。

第二の結果は、均衡問題に対するリゾルベント作用素の漸近的挙動の研究である。扱う問題は CAT (0) 空間と CAT (1) 空間で定義された均衡問題であるが、これらの空間がもつ幾何学的構造は互いに大きく異なっており、空間特有の問題や計算の困難さがある。本論文はその点を克服し、丁寧な計算によってリゾルベント作用素の漸近的挙動に関する結果を得ることに成功した。

従来からある関数空間上の非線形問題に対するリゾルベント作用素は、共役空間への単調作用素に対するリゾルベント作用素という形で抽象化されており、多くの研究成果が得られている。一方、測地距離空間上のリゾルベントについては、共役空間の定義や研究の歴史がまだ浅いため、単調作用素やそのリゾルベント作用素に関する研究は未発展の状況である。本論文では CAT (0) 空間に対して定義されている単調作用素についての基本性質を精査するところからはじめ、関数空間の場合を参考にして定義された単調作用素およびその列に対して定義されるリゾルベント作用素の漸近的挙動に関する結果も得た。

上記いずれの成果も測地距離空間における凸解析学の研究に一定の貢献をしたものと判断される。したがって論文著者の新藤圭介は博士（理学）の学位を授与されるに十分な資格があることを全審査委員は一致して確認した。