

東邦大学学術リポジトリ

Toho University Academic Repository

タイトル	Approximation of a fixed point in a complete geodesic space and its convergence rate
作成者（著者）	中川, 光一
公開者	東邦大学
発行日	2020.09.23
掲載情報	東邦大学大学院理学研究科 博士論文 内容の要旨及び審査結果の要旨.
資料種別	学位論文
内容記述	主査: 木村 泰紀 /
著者版フラグ	none
報告番号	32661甲第975号
学位記番号	甲第159号
学位授与年月日	2020.09.23
学位授与機関	東邦大学
メタデータのURL	https://mylibrary.toho u.ac.jp/webopac/TD28176044

最終審査の結果の要旨

2017年入学	研究分野 非線形解析学	氏名 中川光一
審査委員	(主査) 木村泰紀 (副査) 野田健夫 (副査) 白柳潔 (副査) 豊田昌史 (副査) 並木誠	
成績 合格		
<p>(最終試験結果の要旨)</p> <p>2020年7月29日、上記の審査委員5名は論文提出者 中川光一 に対し、学位論文の内容及び関連事項に関する学識についての最終審査を実施した。その結果、審査委員5名は全員、中川光一 が</p> <p style="text-align: center;">情報数理分野、特に非線形解析学と不動点理論</p> <p>に関して博士(理学)の学位を受けるに十分な学識があるものと認め、最終審査に合格であると判定することで意見が一致した。</p>		

論文審査の要旨及び審査結果の要旨

2017年入学	研究分野 非線形解析学	氏名 中川光一
審査委員	(主査) 木村泰紀 (副査) 野田健夫 (副査) 白柳潔 (副査) 豊田昌史 (副査) 並木誠	
(論文題目) Approximation of a fixed point in a complete geodesic space and its convergence rate		
(論文審査の要旨及び審査結果の要旨) 写像の不動点とは、写像の定義域の点でその点を写像した点と一致するものをいい、与えられた写像の不動点全体をその写像の不動点集合という。不動点の存在を論ずる問題は不動点問題と呼ばれ、20世紀初頭から現在にかけて、非線形解析学における一つの中心的な話題として多くの研究が進められてきた。また、不動点問題に付随する問題として、不動点を近似的に求める具体的な方法を研究対象とする、いわゆる不動点近似問題がある。従来は抽象的な関数空間である Hilbert 空間や Banach 空間上で定義された写像に対する不動点近似問題が盛んに議論されていたが、近年は Hilbert 空間の一般化として注目を浴びている Hadamard 空間、さらにそれを含む空間のクラスである完備 CAT(1)空間などでも不動点近似問題に関する知見が得られはじめており、非線形解析学の中心的話題の一つとなりつつある。 本論文では、モデル空間の曲率パラメタが正数 κ の完備測地距離空間、すなわち、完備 CAT(κ)空間やその特別な場合である CAT(1)空間における不動点近似問題を扱い、複数の写像に対する共通不動点の近似法や、近似列の収束速度に関する評価を主結果としてまとめられている。 第一の主結果は、完備 CAT(1)空間上で定義された、強擬非拡大性をもつ2つの写像と1つの非拡大写像に対し、これらの写像の共通不動点を近似する点列の生成方法を提案した定理である。漸化式によって定義されるこの点列の生成法は、Hadamard 空間においては Wada によって既に提案されている手法であるが、同様の手法が完備 CAT(1)空間上の写像に対して適用可能であるか否かは未解決であった。今回、この問題を肯定的に解決した本定理は、完備 CAT(1)空間における不動点近似理論において、異種の写像に対する共通不動点近似法として新たな知見を得るものであり、測地距離空間での不動点近似理論における重		

要な成果として評価されるものである。また、証明手法についても、正の曲率パラメタをもつ空間特有の複雑な幾何構造に由来する困難を、巧みな計算によって乗り越えており、十分な新規性が認められる。

論文の後半では、近似点列に対する収束速度の評価に関するいくつかの結果が述べられている。本論文では近似点列として Mann 型および Halpern 型と呼ばれる 2 種類の手法が考察されている。これらの近似法は、Halpern 型点列が不動点へ強収束するのに対し、Mann 型点列は弱収束のみが保証されているという点で異なる性質をもっているが、共通する性質として、近似列の点とそれを写像した点との距離が、0 に収束するというものがある。収束速度の評価の理論は、この共通性質に注目し、0 への収束速度を何らかの形で定量化することが主たる目標となる。

本論文の第二の結果として、完備 $CAT(\kappa)$ 空間における Mann 型点列の収束速度評価に関する結果が定理が述べられ、証明されている。Mann 型点列の評価については、Hilbert 空間の設定の下で Cominetti らが示した評価を、近年 Matsushita が改良し、その有用性についても同論文で論じている。今回の結果は Matsushita による収束速度の評価を完備 $CAT(\kappa)$ 空間で示したものであり、Hilbert 空間のときと同様にその有用性が期待されるものである。従来、Hilbert 空間で得られた諸定理の測地距離空間への一般化については、曲率パラメタが正、零、負の場合に分けて試みられることが多く、それぞれの証明を独立に得ることがほとんどであった。今回の主結果は、曲率パラメタに依存して形を変える関数を、無限級数を用いて統一的に与えることで、曲率パラメタの符号に依存しない証明が得られていることが大きな成果であると言える。

第三の結果は、完備 $CAT(1)$ 空間における Halpern 型の収束速度評価に関する結果である。これは、Leustean によって証明されたノルム空間における Halpern 型収束速度評価の定理を完備 $CAT(1)$ 空間に一般化したものであるが、これを証明するためには、上記 2 つ結果と同様に、曲率に依存した幾何構造の差異を克服する必要がある。著者が数年に渡って続けてきた完備測地距離空間の研究で得られたさまざまな知見が、この定理の証明で多いに役立っていることがよくわかる結果である。

以上の結果より、本論文は測地距離空間における不動点近似理論の研究分野に一定の貢献をしたものと判断され、したがって論文著者の中川光一は博士（理学）の学位を授与されるに十分な資格があることを全審査委員は一致して確認した。